Тренировочная работа № 2

по МАТЕМАТИКЕ

24 января 2013 года

11 класс

Вариант 1

Район.

Город (населённый пункт)

Школа.

Класс

Фамилия

Имя.

Отчество.

Инструкция по выполнению работы

На выполнение тренировочной работы по математике даётся 4 часа (240 мин). Работа состоит из двух частей и содержит 18 заданий.

Часть 1 содержит 14 заданий с кратким ответом (B1–B14) базового уровня по материалу курса математики. Задания части 1 считаются выполненными, если получен верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Часть 2 содержит 4 более сложных задания (C1–C4) по материалу курса математики. При их выполнении надо записать полное решение и ответ.

Советуем для экономии времени пропускать задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходить к следующему. К выполнению пропущенных заданий можно вернуться, если у Вас останется время.

Желаем успеха!

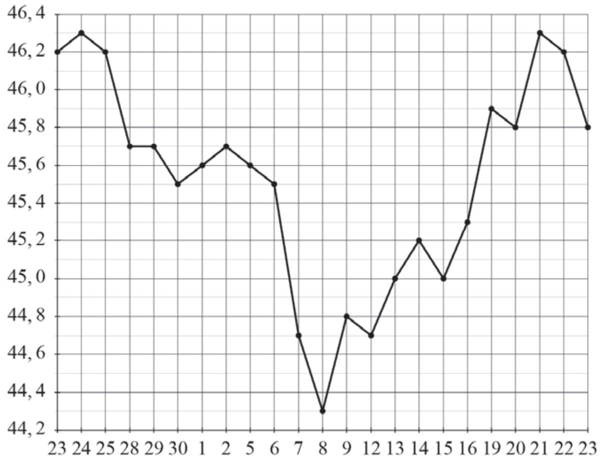
Часть 1

Ответом на задания B1–B14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

B1 Поезд Москва-Оренбург отправляется в 17 : 25, а прибывает в 19 : 25 на следующий день (время московское). Сколько часов поезд находится в пути?

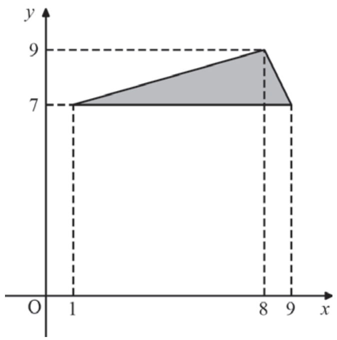
Ответ:

B2 На рисунке жирными точками показан курс китайского юаня, установленный Центробанком РФ, во все рабочие дни с 23 сентября по 23 октября 2010 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена китайского юаня в рублях. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку наименьший курс китайского юаня за указанный период. Ответ дайте в рублях.



Ответ:

B3 Найдите площадь треугольника, вершины которого имеют координаты (1;7), (9;7), (8;9).



Ответ:

B4 Автомобильный журнал определяет рейтинги автомобилей на основе оценок безопасности S, комфорта C, функциональности F, качества Q и дизайна D. Каждый отдельный показатель оценивается читателями журнала по 5-балльной шкале. Рейтинг R вычисляется по формуле

$$R = \frac{3S + 2C + 2F + 2Q + D}{50}.$$

В таблице даны оценки каждого показателя для трёх моделей автомобилей. Определите, какой автомобиль имеет наивысший рейтинг. В ответ запишите значение этого рейтинга.

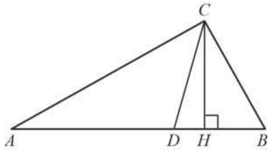
Модель автомобиля	Безопасность	Комфорт	Функциональность	Качество	Дизайн
А	3	3	2	1	5
Б	5	3	4	3	4
В	1	2	2	1	4

Ответ:

B5 Найдите корень уравнения $\sqrt{13 + 2x} = 5$.

Ответ:

B6 Острые углы прямоугольного треугольника равны 85° и 5°. Найдите угол между высотой и биссектрисой, проведёнными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.

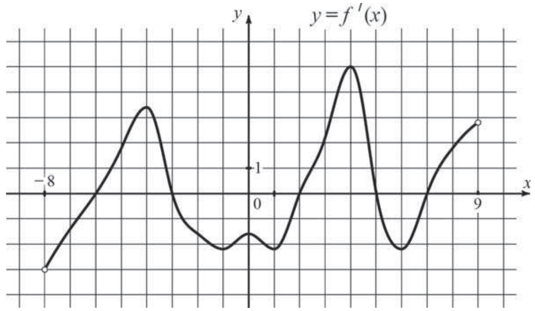


Ответ:

B7 Найдите значение выражения $\dfrac{50\sin 19^\circ \cdot \cos 19^\circ}{\sin 38^\circ}$.

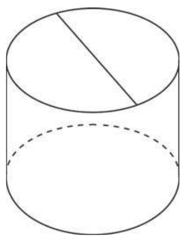
Ответ:

B8 На рисунке изображён график производной $y = f'(x)$ функции $f(x)$, определённой на интервале $(-8;\ 9)$. Найдите количество точек минимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-4;\ 8]$.



Ответ:

B9 Площадь боковой поверхности цилиндра равна 40π, а диаметр основания равен 5. Найдите высоту цилиндра.

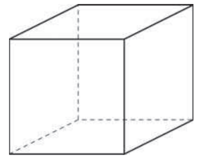


Ответ:

B10 Конкурс исполнителей проводится в 3 дня. Всего заявлено 60 выступлений — по одному от каждой страны. В первый день 36 выступлений, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Какова вероятность того, что выступление представителя России состоится в третий день конкурса?

Ответ:

B11 Во сколько раз увеличится объём куба, если все его рёбра увеличить в 5 раз?



Ответ:

B12 Для определения эффективной температуры звёзд используют закон Стефана–Больцмана, согласно которому мощность излучения нагретого тела P, измеряемая в ваттах, прямо пропорциональна площади его поверхности и четвёртой степени температуры: $P = \sigma S T^4$, где $\sigma = 5{,}7 \cdot 10^{-8}$ — постоянная, площадь S измеряется в квадратных метрах, а температура T — в градусах Кельвина. Известно, что некоторая звезда имеет площадь $S = \dfrac{1}{8} \cdot 10^{20}$ м^2, а излучаемая ею мощность $P = 9{,}234 \cdot 10^{26}$ Вт. Определите температуру этой звезды. Приведите ответ в градусах Кельвина.

Ответ:

B13 Первый сплав содержит 5% меди, второй — 12% меди. Масса второго сплава больше массы первого на 5 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 11% меди. Найдите массу третьего сплава. Ответ дайте в килограммах.

Ответ:

B14 Найдите точку максимума функции $y = \log_3\left(11 + 4x - x^2\right) - 2$.

Ответ:

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С4 используйте бланк ответов №2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

С1 а) Решите уравнение $\cos 2x = \sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$.

б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right]$.

С2 В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с основанием ABC сторона основания равна 8, а угол ASB равен $36°$. На ребре SC взята точка M так, что AM — биссектриса угла SAC. Найдите площадь сечения пирамиды, проходящего через точки A, M и B.

С3 Решите систему

$$\begin{cases} \dfrac{2}{0{,}5x\sqrt{5} - 1} + \dfrac{0{,}5x\sqrt{5} - 2}{0{,}5x\sqrt{5} - 3} \geq 2, \\ \left(\dfrac{2}{x - 4} + \dfrac{x - 4}{2}\right)^2 \leq \dfrac{25}{4}. \end{cases}$$

С4 Окружность, вписанная в треугольник ABC, площадь которого равна 66, касается средней линии, параллельной стороне BC. Известно, что $BC = 11$. Найдите сторону AB.

Тренировочная работа № 2

по МАТЕМАТИКЕ

24 января 2013 года

11 класс

Вариант 2

Район.

Город (населённый пункт)

Школа.

Класс

Фамилия

Имя.

Отчество.

Инструкция по выполнению работы

На выполнение тренировочной работы по математике даётся 4 часа (240 мин). Работа состоит из двух частей и содержит 18 заданий

Часть 1 содержит 14 заданий с кратким ответом (B1–B14) базового уровня по материалу курса математики Задания части 1 считаются выполненными, если получен верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Часть 2 содержит 4 более сложных задания (C1–C4) по материалу курса математики. При их выполнении надо записать полное решение и ответ

Советуем для экономии времени пропускать задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходить к следующему. К выполнению пропущенных заданий можно вернуться, если у Вас останется время.

Желаем успеха!

Часть 1

Ответом на задания B1–B14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

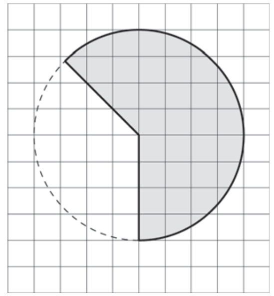
B1 В квартире, где проживает А., установлен прибор учёта расхода горячей воды (счётчик). 1 марта счётчик показывал расход 896 куб. м воды, а 1 апреля – 907 куб. м. Какую сумму должен заплатить А. за горячую воду за март, если цена за один куб. м горячей воды составляет 81 р.? Ответ дайте в рублях.

Ответ:

B2 При работе фонарика батарейка постепенно разряжается, и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На рисунке показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечается время работы фонарика в часах, на вертикальной оси — напряжение в вольтах. Определите по рисунку, на сколько вольт упадёт напряжение за 6 часов работы фонарика.

Ответ:

B3 Площадь закрашенного сектора, изображённого на клетчатой бумаге (см. рис.), равна 22,5. Найдите площадь круга.



Ответ:

B4 Для транспортировки 26 тонн груза на 150 км можно воспользоваться услугами одной из трёх фирм-перевозчиков. Стоимость перевозки и грузоподъёмность автомобилей для каждого перевозчика указаны в таблице. Сколько рублей придётся заплатить за самую дешёвую перевозку?

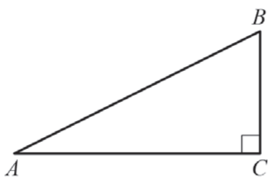
Перевозчик	Стоимость перевозки одним автомобилем (руб. на 10 км)	Грузоподъёмность автомобилей (тонн)
А	20	0,4
Б	50	1
В	110	2,2

Ответ:

B5 Решите уравнение $\dfrac{x-1}{5x+8}=\dfrac{x-1}{4x+3}$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

Ответ:

B6 Один острый угол прямоугольного треугольника на $55°$ больше другого. Найдите больший острый угол. Ответ дайте в градусах.

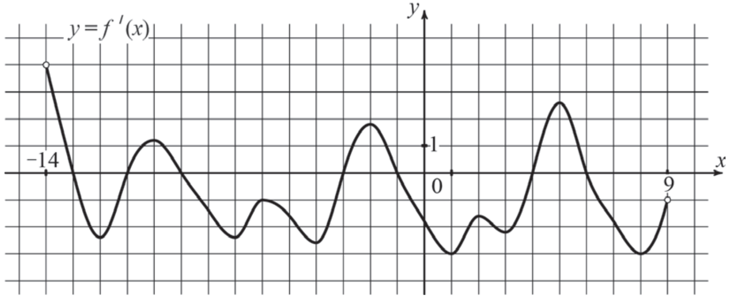


Ответ:

B7 Найдите значение выражения $\frac{18\left(\sin^2 24^\circ - \cos^2 24^\circ\right)}{\cos 48^\circ}$.

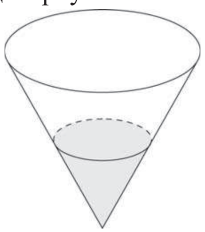
Ответ:

B8 На рисунке изображён график производной $y = f'(x)$ функции $f(x)$, определённой на интервале $(-14;\ 9)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-10;\ 7]$.



Ответ:

B9 В сосуд, имеющий форму конуса, налили 30 мл жидкости до половины высоты сосуда (см. рис.) Сколько миллилитров жидкости нужно долить в сосуд, чтобы заполнить его доверху?

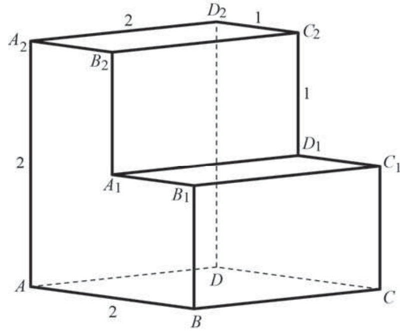


Ответ:

B10 На семинар приехали 6 учёных из Голландии, 5 из Италии и 4 из Чехии. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что четвёртым окажется доклад учёного из Голландии.

Ответ:

B11 Найдите расстояние между вершинами A и C_1 многогранника, изображённого на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые.



Ответ:

B12 Для обогрева помещения, температура в котором равна $T_п = 20°C$, через радиатор отопления пропускают горячую воду температурой $T_в = 48°C$. Расход проходящей через трубу воды $m = 0,6$ кг/с. Проходя по трубе расстояние x (м), вода охлаждается до температуры T (°C), причём $x = \alpha \frac{cm}{\gamma} \log_2 \frac{T_в - T_п}{T - T_п}$ (м), где $c = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{С}}$ — теплоёмкость воды, $\gamma = 63 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot °\text{C}}$ — коэффициент теплообмена, а $\alpha = 1,5$ — постоянная. До какой температуры (в градусах Цельсия) охладится вода, если длина трубы 120 м?

Ответ:

B13 Имеется два сплава. Первый содержит 10% никеля, второй — 25% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 150 кг, содержащий 20% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава меньше массы второго?

Ответ:

B14 Найдите наименьшее значение функции $y = 3^{x^2 - 4x + 7}$.

Ответ:

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С4 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

С1 а) Решите уравнение $\cos 2x = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$.

б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[-2\pi; -\pi]$.

С2 В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с основанием ABC угол ASB равен 36°. На ребре SC взята точка M так, что AM — биссектриса угла SAC. Площадь сечения пирамиды, проходящего через точки A, M и B, равна $25\sqrt{3}$. Найдите сторону основания.

С3 Решите систему неравенств: $\begin{cases} \dfrac{6}{x\sqrt{3}-3} + \dfrac{x\sqrt{3}-6}{x\sqrt{3}-9} \geq 2, \\ \left(\dfrac{10}{5x-21} + \dfrac{5x-21}{10}\right)^2 \leq \dfrac{25}{4}. \end{cases}$

С4 Окружность, вписанная в треугольник ABC, площадь которого равна 114, касается средней линии, параллельной стороне BC. Известно, что $BC = 19$. Найдите сторону AB.

Тренировочная работа № 2

по МАТЕМАТИКЕ

24 января 2013 года

11 класс

Вариант 3

Район.

Город (населённый пункт)

Школа.

Класс

Фамилия

Имя.

Отчество.

Инструкция по выполнению работы

На выполнение тренировочной работы по математике даётся 4 часа (240 мин). Работа состоит из двух частей и содержит 18 заданий

Часть 1 содержит 14 заданий с кратким ответом (B1–B14) базового уровня по материалу курса математики Задания части 1 считаются выполненными, если получен верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Часть 2 содержит 4 более сложных задания (C1–C4) по материалу курса математики. При их выполнении надо записать полное решение и ответ

Советуем для экономии времени пропускать задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходить к следующему. К выполнению пропущенных заданий можно вернуться, если у Вас останется время.

Желаем успеха!

Часть 1

Ответом на задания B1–B14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

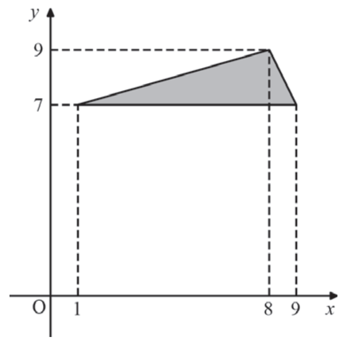
B1 Поезд Москва-Оренбург отправляется в 17 : 25, а прибывает в 19 : 25 на следующий день (время московское). Сколько часов поезд находится в пути?

Ответ:

B2 При работе фонарика батарейка постепенно разряжается, и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На рисунке показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечается время работы фонарика в часах, на вертикальной оси — напряжение в вольтах. Определите по рисунку, на сколько вольт упадёт напряжение за 6 часов работы фонарика.

Ответ:

B3 Найдите площадь треугольника, вершины которого имеют координаты (1;7), (9;7), (8;9).



Ответ:

B4 Для транспортировки 26 тонн груза на 150 км можно воспользоваться услугами одной из трёх фирм-перевозчиков. Стоимость перевозки и грузоподъёмность автомобилей для каждого перевозчика указаны в таблице. Сколько рублей придётся заплатить за самую дешёвую перевозку?

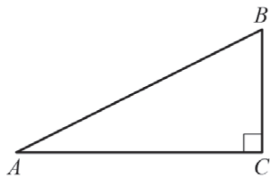
Перевозчик	**Стоимость перевозки одним автомобилем (руб. на 10 км)**	**Грузоподъёмность автомобилей (тонн)**
А	20	0,4
Б	50	1
В	110	2,2

Ответ:

B5 Найдите корень уравнения $\sqrt{13+2x}=5$.

Ответ:

B6 Один острый угол прямоугольного треугольника на 55° больше другого. Найдите больший острый угол. Ответ дайте в градусах.

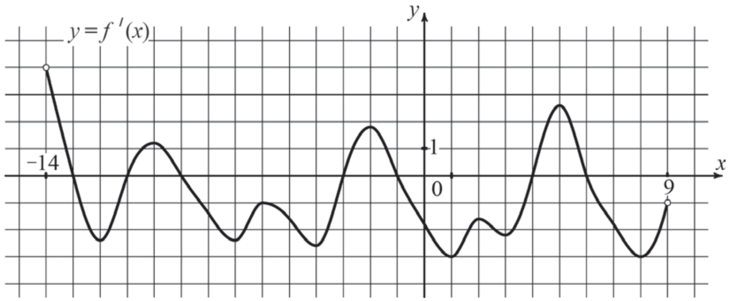


Ответ:

B7 Найдите значение выражения $\dfrac{50\sin 19^\circ \cdot \cos 19^\circ}{\sin 38^\circ}$.

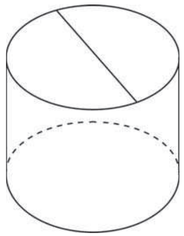
Ответ:

B8 На рисунке изображён график производной $y = f'(x)$ функции $f(x)$, определённой на интервале $(-14;\ 9)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-10;\ 7]$.



Ответ:

B9 Площадь боковой поверхности цилиндра равна 40π, а диаметр основания равен 5. Найдите высоту цилиндра.

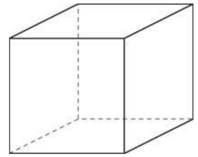


Ответ:

B10 На семинар приехали 6 учёных из Голландии, 5 из Италии и 4 из Чехии. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что четвёртым окажется доклад учёного из Голландии.

Ответ:

B11 Во сколько раз увеличится объём куба, если все его рёбра увеличить в 5 раз?



Ответ:

B12 Для обогрева помещения, температура в котором равна $T_п = 20°C$, через радиатор отопления пропускают горячую воду температурой $T_в = 48°C$. Расход проходящей через трубу воды $m = 0,6$ кг/с. Проходя по трубе расстояние x (м), вода охлаждается до температуры T (°C), причём $x = \alpha \dfrac{cm}{\gamma} \log_2 \dfrac{T_в - T_п}{T - T_п}$ (м), где $c = 4200 \dfrac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{C}}$ — теплоёмкость воды, $\gamma = 63 \dfrac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot °\text{C}}$ — коэффициент теплообмена, а $\alpha = 1,5$ — постоянная. До какой температуры (в градусах Цельсия) охладится вода, если длина трубы 120 м?

Ответ:

B13 Первый сплав содержит 5% меди, второй — 12% меди. Масса второго сплава больше массы первого на 5 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 11% меди. Найдите массу третьего сплава. Ответ дайте в килограммах.

Ответ:

B14 Найдите наименьшее значение функции $y = 3^{x^2 - 4x + 7}$.

Ответ:

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С4 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1 а) Решите уравнение $\cos 2x = \sin\left(\dfrac{3\pi}{2} - x\right)$.

б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\dfrac{3\pi}{2};\ \dfrac{5\pi}{2}\right]$.

C2 В правильной треугольной пирамиде *SABC* с основанием *ABC* угол *ASB* равен 36°. На ребре *SC* взята точка *M* так, что *AM* — биссектриса угла *SAC*. Площадь сечения пирамиды, проходящего через точки *A*, *M* и *B* равна $25\sqrt{3}$. Найдите сторону основания.

C3 Решите систему

$$\begin{cases} \dfrac{2}{0{,}5x\sqrt{5}-1}+\dfrac{0{,}5x\sqrt{5}-2}{0{,}5x\sqrt{5}-3}\geq 2, \\ \left(\dfrac{2}{x-4}+\dfrac{x-4}{2}\right)^2\leq\dfrac{25}{4}. \end{cases}$$

C4 Окружность, вписанная в треугольник *ABC*, площадь которого равна 114, касается средней линии, параллельной стороне *BC*. Известно, что *BC* = 19. Найдите сторону *AB*.

Тренировочная работа № 2

по МАТЕМАТИКЕ

24 января 2013 года

11 класс

Вариант 4

Район.

Город (населённый пункт)

Школа.

Класс

Фамилия

Имя.

Отчество.

Инструкция по выполнению работы

На выполнение тренировочной работы по математике даётся 4 часа (240 мин). Работа состоит из двух частей и содержит 18 заданий

Часть 1 содержит 14 заданий с кратким ответом (B1–B14) базового уровня по материалу курса математики Задания части 1 считаются выполненными, если получен верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Часть 2 содержит 4 более сложных задания (C1–C4) по материалу курса математики. При их выполнении надо записать полное решение и ответ

Советуем для экономии времени пропускать задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходить к следующему. К выполнению пропущенных заданий можно вернуться, если у Вас останется время.

Желаем успеха!

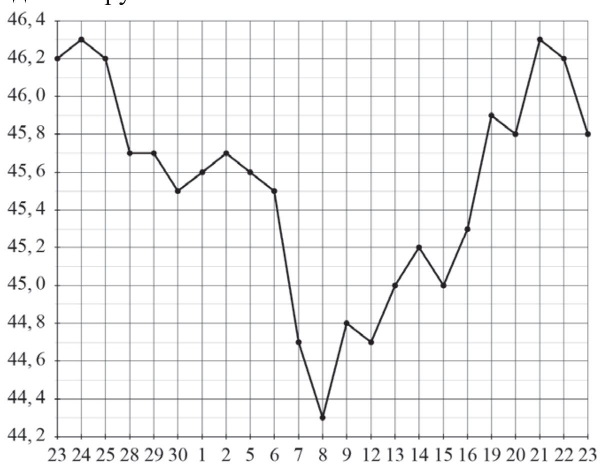
Часть 1

Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

B1 В квартире, где проживает А., установлен прибор учёта расхода горячей воды (счётчик). 1 марта счётчик показывал расход 896 куб. м воды, а 1 апреля – 907 куб. м. Какую сумму должен заплатить А. за горячую воду за март, если цена за один куб. м горячей воды составляет 81 р.? Ответ дайте в рублях.

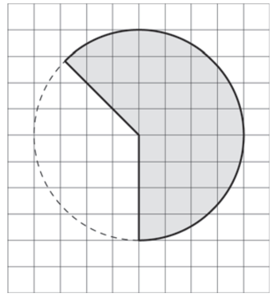
Ответ:

B2 На рисунке жирными точками показан курс китайского юаня, установленный Центробанком РФ, во все рабочие дни с 23 сентября по 23 октября 2010 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена китайского юаня в рублях. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку наименьший курс китайского юаня за указанный период. Ответ дайте в рублях.



Ответ:

B3 Площадь закрашенного сектора, изображённого на клетчатой бумаге (см. рис.), равна 22,5. Найдите площадь круга.



Ответ:

B4 Автомобильный журнал определяет рейтинги автомобилей на основе оценок безопасности S, комфорта C, функциональности F, качества Q и дизайна D. Каждый отдельный показатель оценивается читателями журнала по 5-балльной шкале. Рейтинг R вычисляется по формуле

$$R = \frac{3S + 2C + 2F + 2Q + D}{50}.$$

В таблице даны оценки каждого показателя для трёх моделей автомобилей. Определите, какой автомобиль имеет наивысший рейтинг. В ответ запишите значение этого рейтинга.

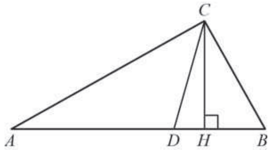
Модель автомобиля	Безопасность	Комфорт	Функциональность	Качество	Дизайн
А	3	3	2	1	5
Б	5	3	4	3	4
В	1	2	2	1	4

Ответ:

B5 Решите уравнение $\frac{x-1}{5x+8} = \frac{x-1}{4x+3}$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

Ответ:

B6 Острые углы прямоугольного треугольника равны 85° и 5°. Найдите угол между высотой и биссектрисой, проведёнными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.

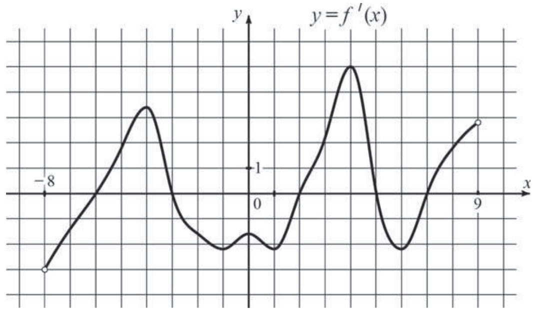


Ответ:

B7 Найдите значение выражения $\dfrac{18\left(\sin^2 24° - \cos^2 24°\right)}{\cos 48°}$.

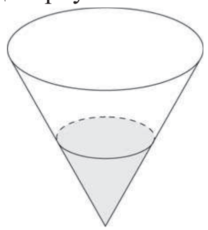
Ответ:

B8 На рисунке изображён график производной $y = f'(x)$ функции $f(x)$, определённой на интервале $(-8;\ 9)$. Найдите количество точек минимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-4;\ 8]$.



Ответ:

B9 В сосуд, имеющий форму конуса, налили 30 мл жидкости до половины высоты сосуда (см. рис.) Сколько миллилитров жидкости нужно долить в сосуд, чтобы заполнить его доверху?

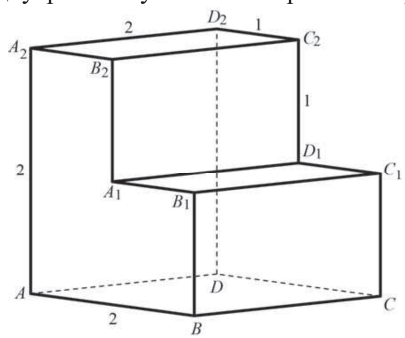


Ответ:

B10 Конкурс исполнителей проводится в 3 дня. Всего заявлено 60 выступлений — по одному от каждой страны. В первый день 36 выступлений, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Какова вероятность того, что выступление представителя России состоится в третий день конкурса?

Ответ:

B11 Найдите расстояние между вершинами A и C_1 многогранника, изображённого на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые.



Ответ:

B12 Для определения эффективной температуры звёзд используют закон Стефана–Больцмана, согласно которому мощность излучения нагретого тела P, измеряемая в ваттах, прямо пропорциональна площади его поверхности и четвёртой степени температуры: $P=\sigma ST^4$, где $\sigma=5,7\cdot 10^{-8}$ — постоянная, площадь S измеряется в квадратных метрах, а температура T — в градусах Кельвина. Известно, что некоторая звезда имеет площадь $S=\dfrac{1}{8}\cdot 10^{20}$ м^2, а излучаемая ею мощность $P=9,234\cdot 10^{26}$ Вт. Определите температуру этой звезды. Приведите ответ в градусах Кельвина.

Ответ:

B13 Имеется два сплава. Первый содержит 10% никеля, второй — 25% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 150 кг, содержащий 20% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава меньше массы второго?

Ответ:

B14 Найдите точку максимума функции $y=\log_3\left(11+4x-x^2\right)-2$.

Ответ:

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С4 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1 а) Решите уравнение $\cos 2x=\sin\left(x+\dfrac{\pi}{2}\right)$.

б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[-2\pi;-\pi]$.

C2 В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с основанием ABC сторона основания равна 8, а угол ASB равен 36°. На ребре SC взята точка M так, что AM — биссектриса угла SAC. Найдите площадь сечения пирамиды, проходящего через точки A, M и B.

C3 Решите систему неравенств: $\begin{cases} \dfrac{6}{x\sqrt{3}-3}+\dfrac{x\sqrt{3}-6}{x\sqrt{3}-9}\ge 2, \\ \left(\dfrac{10}{5x-21}+\dfrac{5x-21}{10}\right)^2\le\dfrac{25}{4}. \end{cases}$

C4 Окружность, вписанная в треугольник ABC, площадь которого равна 66, касается средней линии, параллельной стороне BC. Известно, что $BC=11$. Найдите сторону AB.

Ответы к заданиям с кратким ответом

№ задания	Ответ
B1	26
B2	44,3
B3	8
B4	0,78
B5	6
B6	40
B7	25

№ задания	Ответ
B8	2
B9	8
B10	0,2
B11	125
B12	6000
B13	7
B14	2

Ответы к заданиям с кратким ответом

№ задания	Ответ
B1	891
B2	0,6
B3	36
B4	19500
B5	1
B6	72,5
B7	-18

№ задания	Ответ
B8	3
B9	210
B10	0,4
B11	3
B12	27
B13	50
B14	27

Ответы к заданиям с кратким ответом

№ задания	Ответ
B1	26
B2	0,6
B3	8
B4	19500
B5	6
B6	72,5
B7	25

№ задания	Ответ
B8	3
B9	8
B10	0,4
B11	125
B12	27
B13	7
B14	27

Ответы к заданиям с кратким ответом

№ задания	Ответ
B1	891
B2	44,30,6
B3	36
B4	0,78
B5	1
B6	40
B7	-18

№ задания	Ответ
B8	2
B9	210
B10	0,2
B11	3
B12	6000
B13	50
B14	2

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

С1 а) Решите уравнение $\cos 2x = \sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$.

б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right]$.

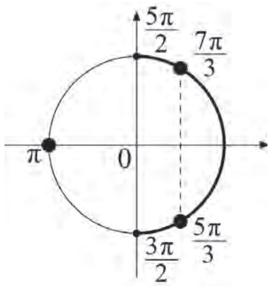
Решение.

а) Преобразуем уравнение:

$$2\cos^2 x - 1 = -\cos x;\ 2\cos^2 x + \cos x - 1 = 0.$$

Значит, либо $\cos x = -1$, откуда $x = \pi + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$, либо $\cos x = \frac{1}{2}$, откуда $x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$.

б) Отберём с помощью единичной окружности корни уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right]$: $x = \frac{5\pi}{3}$; $x = \frac{7\pi}{3}$.



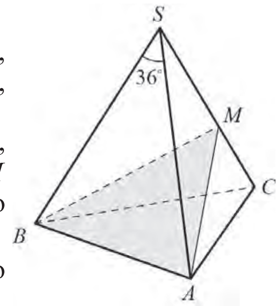
Ответ: а) $-\pi + 2\pi k$, $\pm\frac{\pi}{3} + 2\pi k$; $k \in \mathbb{Z}$; б) $\frac{5\pi}{3}, \frac{7\pi}{3}$.

Замечание. Отбор корней может быть обоснован и любым другим способом: с помощью оценок, графика, решения двойных неравенств и т п.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в п. *а)* и в п. *б)*	2
Обоснованно получен верный ответ в п. *а)*, но обоснование отбора корней в п. *б)* не приведено, или задача в п. *а)* обоснованно сведена к исследованию простейших тригонометрических уравнений без предъявления верного ответа, а в п. *б)* приведён обоснованный отбор корней	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

С2 В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с основанием ABC сторона основания равна 8, а угол ASB равен $36°$. На ребре SC взята точка M так, что AM — биссектриса угла SAC. Найдите площадь сечения пирамиды, проходящего через точки A, M и B.

Решение.



Нужное сечение — треугольник AMB.

Рассмотрим треугольник ASC. Он равнобедренный, $\angle ASC = \angle ASB = 36°$, поэтому $\angle SAC = \angle SCA = 72°$. Значит, $\angle MAC = 36°$.

Рассмотрим теперь треугольник CAM. Сумма его углов $180°$, значит, $\angle AMC = 72°$. Следовательно, треугольник CAM равнобедренный, и поэтому $AM = AC = 8$. Аналогично находим, что $BM = 8$.

Таким образом, треугольник AMB равносторонний со стороной 8. Его площадь равна $\frac{8^2\sqrt{3}}{4} = 16\sqrt{3}$.

Ответ: $16\sqrt{3}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Показано, что сечением является равносторонний треугольник или что стороны сечения равны сторонам основания	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

С3 Решите систему неравенств: $\begin{cases} \dfrac{2}{0,5x\sqrt{5}-1}+\dfrac{0,5x\sqrt{5}-2}{0,5x\sqrt{5}-3}\geq 2, \\ \left(\dfrac{2}{x-4}+\dfrac{x-4}{2}\right)^2\leq\dfrac{25}{4}. \end{cases}$

Решение.

Решим первое неравенство. Сделав замену $z=0,5x\sqrt{5}$, получаем:

$$\frac{2}{z-1}+\frac{z-2}{z-3}\geq 2;\quad \frac{(z-2)(z-5)}{(z-1)(z-3)}\leq 0;\quad 1<z\leq 2 \quad\text{или}\quad 3<z\leq 5.$$

Обратная замена даёт $\dfrac{2}{\sqrt{5}}<x\leq\dfrac{4}{\sqrt{5}}$ или $\dfrac{6}{\sqrt{5}}<x\leq 2\sqrt{5}$.

Решим второе неравенство. Сделав замену $t=\dfrac{x-4}{2}$, получаем:

$$\left(\frac{1}{t}+t\right)^2\leq\frac{25}{4};\quad 0,5\leq|t|\leq 2.$$

Обратная замена даёт: $0\leq x\leq 3$ или $5\leq x\leq 8$.

Учитывая, что $0<\dfrac{2}{\sqrt{5}}<\dfrac{4}{\sqrt{5}}<\dfrac{6}{\sqrt{5}}<3<2\sqrt{5}<5$, получаем решение системы:

$$\frac{2}{\sqrt{5}}<x\leq\frac{4}{\sqrt{5}} \quad\text{или}\quad \frac{6}{\sqrt{5}}<x\leq 3.$$

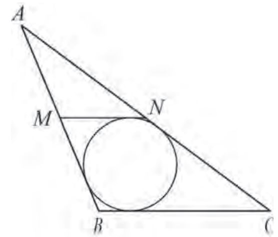
Ответ: $\left(\dfrac{2}{\sqrt{5}};\dfrac{4}{\sqrt{5}}\right]$, $\left(\dfrac{6}{\sqrt{5}};3\right]$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	3
Обоснованно получены верные ответы в обоих неравенствах системы неравенств	2
Обоснованно получен верный ответ в одном неравенстве системы неравенств	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

С4 Окружность, вписанная в треугольник ABC, площадь которого равна 66, касается средней линии, параллельной стороне BC. Известно, что $BC=11$. Найдите сторону AB.

Решение.

Обозначим $AB=x$, $AC=y$, пусть p — полупериметр треугольника ABC. Пусть M и N — середины сторон AB и AC соответственно. Тогда $MN=\dfrac{1}{2}BC=\dfrac{11}{2}$.



В трапецию $BMNC$ вписана окружность, поэтому

$$BM+CN=BC+MN=11+\frac{11}{2}=\frac{33}{2},$$

значит,

$$x+y=AB+AC=2BM+2CN=2\left(BM+CN\right)=2\left(BC+MN\right)=2\cdot\frac{33}{2}=33,$$

$$p=\frac{AB+AC+BC}{2}=\frac{x+y+11}{2}=\frac{33+11}{2}=22.$$

По формуле Герона

$$S_{\Delta ABC}=\sqrt{p(p-AB)(p-AC)(p-BC)}=$$
$$\sqrt{22(22-x)(22-y)(22-11)}=11\sqrt{2(22-x)(22-y)}=66;$$
$$\sqrt{2(22-x)(22-y)}=6;\quad (22-x)(22-y)=18;$$
$$(22-x)(22-33+x)=18;\quad x^2-33x+260=0.$$

Отсюда находим, что $x=13$ или $x=20$.

Ответ: 13 или 20.

Содержание критерия	Баллы
Верно рассмотрена геометрическая конфигурация, и обоснованно получен правильный ответ	3
Верно рассмотрена геометрическая конфигурация, и обоснованно получено одно правильное значение искомой величины	2
Верно рассмотрена геометрическая конфигурация, и обоснованно получены одно или оба значения искомой величины, неправильные из-за арифметической ошибки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

C1 а) Решите уравнение $\cos 2x = \sin\left(x + \dfrac{\pi}{2}\right)$.

б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[-2\pi; -\pi]$.

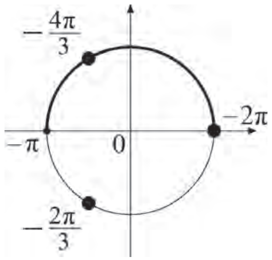
Решение.

а) Преобразуем уравнение:

$$2\cos^2 x - 1 = \cos x;\ 2\cos^2 x - \cos x - 1 = 0.$$

Значит, либо $\cos x = 1$, откуда $x = 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$, либо $\cos x = -\dfrac{1}{2}$, откуда $x = \pm\dfrac{2\pi}{3} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$.

б) Отберём с помощью единичной окружности корни уравнения, принадлежащие промежутку $[-2\pi; -\pi]$: $-2\pi; -\dfrac{4\pi}{3}$.



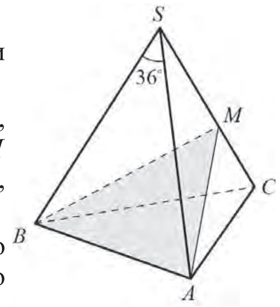
Ответ: а) $2\pi k$, $\pm\dfrac{2\pi}{3} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; б) $-2\pi, -\dfrac{4\pi}{3}$.

Замечание. Отбор корней может быть обоснован и любым другим способом: с помощью оценок, графика, решения двойных неравенств и т.п.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в п. *а)* и в п. *б)*	2
Обоснованно получен верный ответ в п. *а)*, но обоснование отбора корней в п. *б)* не приведено, или задача в п. *а)* обоснованно сведена к исследованию простейших тригонометрических уравнений без предъявления верного ответа, а в п. *б)* приведён обоснованный отбор корней	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

C2 В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с основанием ABC угол ASB равен 36°. На ребре SC взята точка M так, что AM — биссектриса угла SAC. Площадь сечения пирамиды, проходящего через точки A, M и B, равна $25\sqrt{3}$. Найдите сторону основания.

Решение.



Нужное сечение — треугольник AMB.

Рассмотрим треугольник ASC. Он равнобедренный, и $\angle SAC = \angle SCA = 72°$. Значит, $\angle MAC = 36°$.

Рассмотрим теперь треугольник CAM. Сумма его углов 180°, значит, $\angle AMC = 72°$. Следовательно, треугольник CAM равнобедренный, и поэтому $AC = AM$. Аналогично находим, что $BM = BC$.

Таким образом, треугольник AMB равносторонний, и его сторона AB одновременно является стороной основания. По условию составим уравнение $\dfrac{AB^2\sqrt{3}}{4} = 25\sqrt{3}$, откуда $AB = 10$.

Ответ: 10.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Показано, что сечением является равносторонний треугольник или что стороны сечения равны сторонам основания	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

С3 Решите систему неравенств: $\begin{cases} \dfrac{6}{x\sqrt{3}-3}+\dfrac{x\sqrt{3}-6}{x\sqrt{3}-9}\ge 2, \\ \left(\dfrac{10}{5x-21}+\dfrac{5x-21}{10}\right)^2\le \dfrac{25}{4}. \end{cases}$

Решение.

Решим первое неравенство. Сделав замену $z=x\sqrt{3}$, получаем:

$$\frac{6}{z-3}+\frac{z-6}{z-9}\ge 2;\ \frac{(z-6)(z-15)}{(z-9)(z-3)}\le 0;\ 3<z\le 6 \text{ или } 9<z\le 15.$$

Обратная замена даёт: $\sqrt{3}<x\le 2\sqrt{3}$ или $3\sqrt{3}<x\le 5\sqrt{3}$.

Решим второе неравенство. Сделав замену $t=\dfrac{5x-21}{10}$, получаем:

$$\left(\frac{1}{t}+t\right)^2\le\frac{25}{4};\ \ 0,5\le|t|\le 2.$$

Обратная замена даёт: $0,2\le x\le 3,2$ или $5,2\le x\le 8,2$.

Учитывая, что $0,2<\sqrt{3}<3,2<2\sqrt{3}<3\sqrt{3}<5,2<8,2<5\sqrt{3}$, получаем решение системы:

$$\sqrt{3}<x\le 3,2 \text{ или } 5,2\le x\le 8,2.$$

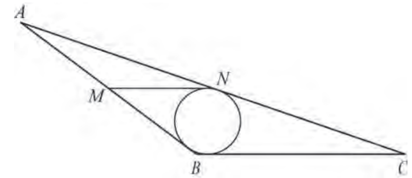
Ответ: $(\sqrt{3};\ 3,2]$, $[5,2;\ 8,2]$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	3
Обоснованно получены верные ответы в обоих неравенствах системы неравенств	2
Обоснованно получен верный ответ в одном неравенстве системы неравенств	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

С4 Окружность, вписанная в треугольник ABC, площадь которого равна 114, касается средней линии, параллельной стороне BC. Известно, что $BC=19$. Найдите сторону AB.

Решение.

Обозначим $AB=x$, $AC=y$, пусть p — полупериметр треугольника ABC. Пусть M и N — середины сторон AB и AC соответственно. Тогда $MN=\dfrac{1}{2}BC=\dfrac{19}{2}$.



В трапецию $BMNC$ вписана окружность, поэтому

$$BM+CN=BC+MN=19+\frac{19}{2}=\frac{57}{2};$$

значит,

$$x+y=AB+AC=2BM+2CN=2\left(BM+CN\right)=2\left(BC+MN\right)=2\cdot\frac{57}{2}=57,$$

$$p=\frac{AB+AC+BC}{2}=\frac{x+y+19}{2}=\frac{57+19}{2}=38.$$

По формуле Герона

$$S_{\Delta ABC}=\sqrt{p(p-AB)(p-AC)(p-BC)}=$$
$$\sqrt{38(38-x)(38-y)(38-19)}=19\sqrt{2(38-x)(38-y)}=114;$$

$$\sqrt{2(38-x)(38-y)}=6;\quad (38-x)(38-y)=18;$$
$$(38-x)(38-57+x)=18;\ x^2-57x+740=0.$$

Отсюда находим, что $x=20$ или $x=37$.

Ответ: 20 или 37.

Содержание критерия	Баллы
Верно рассмотрена геометрическая конфигурация, и обоснованно получен правильный ответ	3
Верно рассмотрена геометрическая конфигурация, и обоснованно получено одно правильное значение искомой величины	2
Верно рассмотрена геометрическая конфигурация, и обоснованно получены одно или оба значения искомой величины, неправильные из-за арифметической ошибки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

C1 а) Решите уравнение $\cos 2x = \sin\left(\dfrac{3\pi}{2} - x\right)$.

б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\dfrac{3\pi}{2}; \dfrac{5\pi}{2}\right]$.

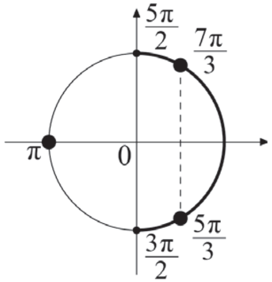
Решение.

а) Преобразуем уравнение:

$$2\cos^2 x - 1 = -\cos x;\ 2\cos^2 x + \cos x - 1 = 0.$$

Значит, либо $\cos x = -1$, откуда $x = \pi + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$, либо $\cos x = \dfrac{1}{2}$, откуда $x = \pm\dfrac{\pi}{3} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$.

б) Отберём с помощью единичной окружности корни уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\dfrac{3\pi}{2}; \dfrac{5\pi}{2}\right]$: $x = \dfrac{5\pi}{3}$; $x = \dfrac{7\pi}{3}$.



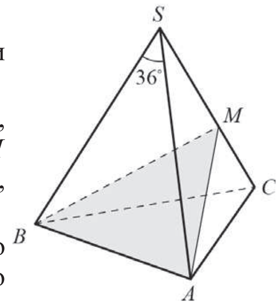
Ответ: а) $-\pi + 2\pi k$, $\pm\dfrac{\pi}{3} + 2\pi k$; $k \in \mathbb{Z}$; б) $\dfrac{5\pi}{3}$, $\dfrac{7\pi}{3}$.

Замечание. Отбор корней может быть обоснован и любым другим способом: с помощью оценок, графика, решения двойных неравенств и т.п.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в п. *а)* и в п. *б)*	2
Обоснованно получен верный ответ в п. *а)*, но обоснование отбора корней в п. *б)* не приведено, или задача в п. *а)* обоснованно сведена к исследованию простейших тригонометрических уравнений без предъявления верного ответа, а в п. *б)* приведён обоснованный отбор корней	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

C2 В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с основанием ABC угол ASB равен 36°. На ребре SC взята точка M так, что AM — биссектриса угла SAC. Площадь сечения пирамиды, проходящего через точки A, M и B, равна $25\sqrt{3}$. Найдите сторону основания.

Решение.



Нужное сечение — треугольник AMB.

Рассмотрим треугольник ASC. Он равнобедренный, и $\angle SAC = \angle SCA = 72°$. Значит, $\angle MAC = 36°$.

Рассмотрим теперь треугольник CAM. Сумма его углов 180°, значит, $\angle AMC = 72°$. Следовательно, треугольник CAM равнобедренный, и поэтому $AC = AM$. Аналогично находим, что $BM = BC$.

Таким образом, треугольник AMB равносторонний, и его сторона AB одновременно является стороной основания. По условию составим уравнение $\dfrac{AB^2\sqrt{3}}{4} = 25\sqrt{3}$, откуда $AB = 10$.

Ответ: 10.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Показано, что сечением является равносторонний треугольник или что стороны сечения равны сторонам основания	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

C3 Решите систему неравенств: $\begin{cases} \dfrac{2}{0,5x\sqrt{5}-1}+\dfrac{0,5x\sqrt{5}-2}{0,5x\sqrt{5}-3}\geq 2, \\ \left(\dfrac{2}{x-4}+\dfrac{x-4}{2}\right)^2\leq\dfrac{25}{4}. \end{cases}$

Решение.

Решим первое неравенство. Сделав замену $z=0,5x\sqrt{5}$, получаем:

$$\frac{2}{z-1}+\frac{z-2}{z-3}\geq 2;\quad \frac{(z-2)(z-5)}{(z-1)(z-3)}\leq 0;\quad 1<z\leq 2 \quad \text{или} \quad 3<z\leq 5.$$

Обратная замена даёт $\dfrac{2}{\sqrt{5}}<x\leq\dfrac{4}{\sqrt{5}}$ или $\dfrac{6}{\sqrt{5}}<x\leq 2\sqrt{5}$.

Решим второе неравенство. Сделав замену $t=\dfrac{x-4}{2}$, получаем:

$$\left(\frac{1}{t}+t\right)^2\leq\frac{25}{4};\quad 0,5\leq|t|\leq 2.$$

Обратная замена даёт: $0\leq x\leq 3$ или $5\leq x\leq 8$.

Учитывая, что $0<\dfrac{2}{\sqrt{5}}<\dfrac{4}{\sqrt{5}}<\dfrac{6}{\sqrt{5}}<3<2\sqrt{5}<5$, получаем решение системы:

$$\frac{2}{\sqrt{5}}<x\leq\frac{4}{\sqrt{5}} \quad \text{или} \quad \frac{6}{\sqrt{5}}<x\leq 3.$$

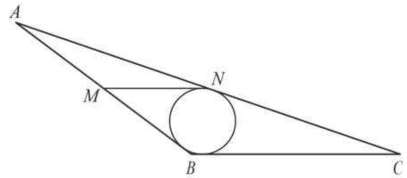
Ответ: $\left(\dfrac{2}{\sqrt{5}};\dfrac{4}{\sqrt{5}}\right]$, $\left(\dfrac{6}{\sqrt{5}};3\right]$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	3
Обоснованно получены верные ответы в обоих неравенствах системы неравенств	2
Обоснованно получен верный ответ в одном неравенстве системы неравенств	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

C4 Окружность, вписанная в треугольник ABC, площадь которого равна 114, касается средней линии, параллельной стороне BC. Известно, что $BC=19$. Найдите сторону AB.

Решение.

Обозначим $AB=x$, $AC=y$, пусть p — полупериметр треугольника ABC. Пусть M и N — середины сторон AB и AC соответственно. Тогда $MN=\dfrac{1}{2}BC=\dfrac{19}{2}$.



В трапецию $BMNC$ вписана окружность, поэтому

$$BM+CN=BC+MN=19+\frac{19}{2}=\frac{57}{2};$$

значит,

$$x+y=AB+AC=2BM+2CN=2\left(BM+CN\right)=2\left(BC+MN\right)=2\cdot\frac{57}{2}=57,$$

$$p=\frac{AB+AC+BC}{2}=\frac{x+y+19}{2}=\frac{57+19}{2}=38.$$

По формуле Герона

$$S_{\Delta ABC}=\sqrt{p(p-AB)(p-AC)(p-BC)}=$$
$$=\sqrt{38(38-x)(38-y)(38-19)}=19\sqrt{2(38-x)(38-y)}=114;$$

$$\sqrt{2(38-x)(38-y)}=6;\quad (38-x)(38-y)=18;$$
$$(38-x)(38-57+x)=18;\ x^2-57x+740=0.$$

Отсюда находим, что $x=20$ или $x=37$.

Ответ: 20 или 37.

Содержание критерия	Баллы
Верно рассмотрена геометрическая конфигурация, и обоснованно получен правильный ответ	3
Верно рассмотрена геометрическая конфигурация, и обоснованно получено одно правильное значение искомой величины	2
Верно рассмотрена геометрическая конфигурация, и обоснованно получены одно или оба значения искомой величины, неправильные из-за арифметической ошибки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

C1 а) Решите уравнение $\cos 2x = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$.

б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[-2\pi; -\pi]$.

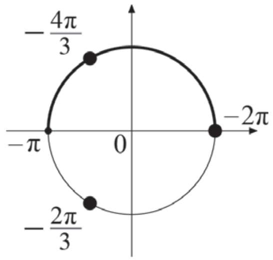
Решение.

а) Преобразуем уравнение:

$$2\cos^2 x - 1 = \cos x;\ 2\cos^2 x - \cos x - 1 = 0.$$

Значит, либо $\cos x = 1$, откуда $x = 2\pi k,\ k \in \mathbb{Z}$, либо $\cos x = -\frac{1}{2}$, откуда $x = \pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$.

б) Отберём с помощью единичной окружности корни уравнения, принадлежащие промежутку $[-2\pi; -\pi]$: $-2\pi; -\frac{4\pi}{3}$.



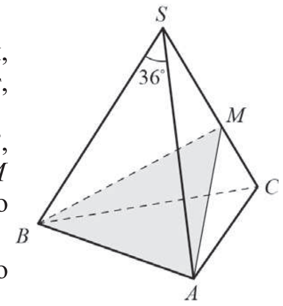
Ответ: а) $2\pi k,\ \pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi k,\ k \in \mathbb{Z}$; б) $-2\pi, -\frac{4\pi}{3}$.

Замечание. Отбор корней может быть обоснован и любым другим способом: с помощью оценок, графика, решения двойных неравенств и т.п.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в п. *а)* и в п. *б)*	2
Обоснованно получен верный ответ в п. *а)*, но обоснование отбора корней в п. *б)* не приведено, или задача в п. *а)* обоснованно сведена к исследованию простейших тригонометрических уравнений без предъявления верного ответа, а в п. *б)* приведён обоснованный отбор корней	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

C2 В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с основанием ABC сторона основания равна 8, а угол ASB равен $36°$. На ребре SC взята точка M так, что AM — биссектриса угла SAC. Найдите площадь сечения пирамиды, проходящего через точки A, M и B.

Решение.



Нужное сечение — треугольник AMB.

Рассмотрим треугольник ASC. Он равнобедренный, $\angle ASC = \angle ASB = 36°$, поэтому $\angle SAC = \angle SCA = 72°$. Значит, $\angle MAC = 36°$.

Рассмотрим теперь треугольник CAM. Сумма его углов $180°$, значит, $\angle AMC = 72°$. Следовательно, треугольник CAM равнобедренный, и поэтому $AM = AC = 8$. Аналогично находим, что $BM = 8$.

Таким образом, треугольник AMB равносторонний со стороной 8. Его площадь равна $\frac{8^2\sqrt{3}}{4} = 16\sqrt{3}$.

Ответ: $16\sqrt{3}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Показано, что сечением является равносторонний треугольник или что стороны сечения равны сторонам основания	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

С3 Решите систему неравенств: $\begin{cases} \dfrac{6}{x\sqrt{3}-3}+\dfrac{x\sqrt{3}-6}{x\sqrt{3}-9}\ge 2, \\ \left(\dfrac{10}{5x-21}+\dfrac{5x-21}{10}\right)^2 \le \dfrac{25}{4}. \end{cases}$

Решение.

Решим первое неравенство. Сделав замену $z = x\sqrt{3}$, получаем:

$$\frac{6}{z-3}+\frac{z-6}{z-9}\ge 2;\ \frac{(z-6)(z-15)}{(z-9)(z-3)}\le 0;\ 3<z\le 6 \text{ или } 9<z\le 15.$$

Обратная замена даёт: $\sqrt{3} < x \le 2\sqrt{3}$ или $3\sqrt{3} < x \le 5\sqrt{3}$.

Решим второе неравенство. Сделав замену $t = \dfrac{5x-21}{10}$, получаем:

$$\left(\frac{1}{t}+t\right)^2 \le \frac{25}{4};\ 0,5 \le |t| \le 2.$$

Обратная замена даёт: $0,2 \le x \le 3,2$ или $5,2 \le x \le 8,2$.

Учитывая, что $0,2 < \sqrt{3} < 3,2 < 2\sqrt{3} < 3\sqrt{3} < 5,2 < 8,2 < 5\sqrt{3}$, получаем решение системы:

$$\sqrt{3} < x \le 3,2 \text{ или } 5,2 \le x \le 8,2.$$

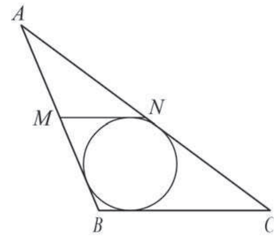
Ответ: $(\sqrt{3};\ 3,2],\quad [5,2;\ 8,2]$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	3
Обоснованно получены верные ответы в обоих неравенствах системы неравенств	2
Обоснованно получен верный ответ в одном неравенстве системы неравенств	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

С4 Окружность, вписанная в треугольник ABC, площадь которого равна 66, касается средней линии, параллельной стороне BC. Известно, что $BC = 11$. Найдите сторону AB.

Решение.

Обозначим $AB = x$, $AC = y$, пусть p — полупериметр треугольника ABC. Пусть M и N — середины сторон AB и AC соответственно. Тогда $MN = \dfrac{1}{2}BC = \dfrac{11}{2}$.



В трапецию $BMNC$ вписана окружность, поэтому

$$BM + CN = BC + MN = 11 + \frac{11}{2} = \frac{33}{2},$$

значит,

$$x + y = AB + AC = 2BM + 2CN = 2\left(BM + CN\right) = 2\left(BC + MN\right) = 2\cdot\frac{33}{2} = 33,$$

$$p = \frac{AB + AC + BC}{2} = \frac{x+y+11}{2} = \frac{33+11}{2} = 22.$$

По формуле Герона

$$S_{\Delta ABC} = \sqrt{p(p-AB)(p-AC)(p-BC)} =$$
$$= \sqrt{22(22-x)(22-y)(22-11)} = 11\sqrt{2(22-x)(22-y)} = 66;$$
$$\sqrt{2(22-x)(22-y)} = 6;\ (22-x)(22-y) = 18;$$
$$(22-x)(22-33+x) = 18;\ x^2 - 33x + 260 = 0.$$

Отсюда находим, что $x = 13$ или $x = 20$.

Ответ: 13 или 20.

Содержание критерия	Баллы
Верно рассмотрена геометрическая конфигурация, и обоснованно получен правильный ответ	3
Верно рассмотрена геометрическая конфигурация, и обоснованно получено одно правильное значение искомой величины	2
Верно рассмотрена геометрическая конфигурация, и обоснованно получены одно или оба значения искомой величины, неправильные из-за арифметической ошибки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3